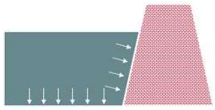
INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
Universidade de Lisboa
Departamento de Ciências e Engenharia de Biossistemas

MECÂNICA DE FLUIDOS

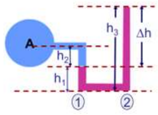


Barragem

Cap. 2

2. Estática de fluidos

- Pressão; Pressão hidrostática;
- Distribuição de pressões num líquido em repouso;
- Altura e cota piezométrica;
- Medição da pressão;
- Forças sobre paredes verticais submersas;
- Principio de Arquimedes.



Bibliografia:
- Quintela, A. 2000. *Hidráulica*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa;
- White, F. 1999. *Mecânica dos Fluidos*. McGraw-Hill, Rio de Janeiro;
- Bastos, F. 1983. *Problemas de mecânica de fluidos*. Gaunabara, Rio de Janeiro.

- A Estática dos Fluidos é o capítulo da Mecânica de Fluidos onde são estudados os fluidos em repouso, em particular:
  - a variação da pressão no interior de um fluido;
  - as acções que os fluidos exercem sobre as paredes ou corpos que os limitam.

Aplicações correntes da estática de fluidos:

- Distribuição de pressões na atmosfera e nos oceanos;
- Equipamentos de medição da pressão (manómetros);
- Forças sobre superfícies imersas planas e curvas (dimensionamento de reservatórios);
- Impulsão sobre corpos flutuantes.

❑ Pressão (p)

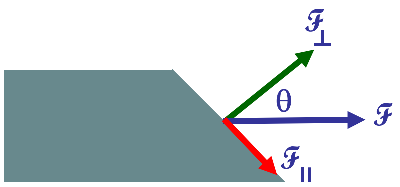
Definição da grandeza física pressão, p:
É a força exercida por unidade de área.

- Equação de definição: $P = \frac{F}{A}$
- Dimensões: $[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$
- Unidade principal no SI: $\frac{N}{m^2} = Pa$

Relembra-se a diferença ente os termos Pressão e Tensão

✓ Tensão é qualquer força a dividir pela área, *independentemente da sua direcção*

✓ Pressão é uma força a dividir pela área, só e *só se a força for perpendicular à área* ⇔ tensão normal



$$T_{normal} = \sigma = \frac{\mathcal{F}_{\perp}}{A`}$$

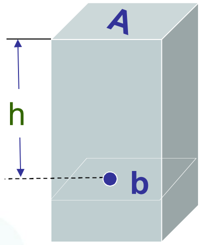
$$T_{cisalhamento} = \tau = \frac{\mathcal{F}_{II}}{A`}$$

Algumas unidades de pressão mais utilizadas

Unidade	Definição ou Relação
1 pascal (Pa) – unidade SI	1 kg m^{-1} s^{-2} = 1 N m^{-2}
1 bar	1 x 10^5 Pa
1 atmosfera (atm)	1.013 x 10^5 Pa
1 atm	10.3 m.c.a.
760 mm Hg	1 atm
14.696 libras por polegada ao quadrado (psi) – unidade de engenharia americana	1 atm
1 kgf m^{-2}	9.8 Pa

Pressão num elemento de fluido (p)

Um fluido em repouso exerce, sobre qualquer elemento no seu interior, uma força perpendicular. À força exercida por unidade de área chama-se pressão hidrostática, p. Uma vez que é definida por unidade de área, a pressão é uma grandeza escalar.



$$p_b = \frac{\text{Peso do prisma de líquido}}{\text{Area da base}} \Leftrightarrow p_b = \frac{\rho_L \times g \times \forall_L}{A_b}$$

$$\Leftrightarrow p_b = \frac{\rho_L \times g \times h \times \cancel{A_b}}{\cancel{A_b}} \qquad \Leftrightarrow p_b = \rho_L\, g\, h$$

ρ_L = massa volúmica da líquido (kg m^{-3})
g = aceleração da gravidade (m s^{-2})
h = profundidade dentro do líquido (m)

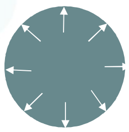
Equação fundamental da hidrostática ou Lei de Stevin

A pressão exercida por um fluido em repouso depende:
- profundidade;
- massa volúmica do fluido;
- aceleração da gravidade.

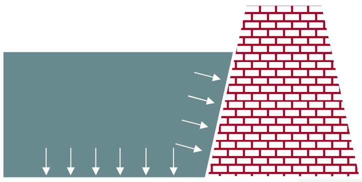
- A pressão exercida num objecto submerso é sempre resultado de uma força que actua perpendicularmente a cada ponto da superfície do objecto
- Numa dada profundidade a pressão é independente da direcção ⇔ é a mesma em todas as direcções

A pressão é uma grandeza escalar

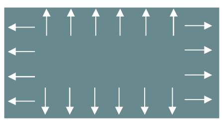
Exemplos das forças associadas à pressão hidrostática



Tubo



Barragem

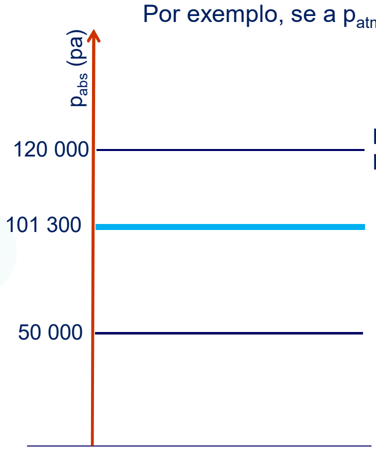


Forno

Pressão absoluta e pressão relativa

A pressão pode ser especificada em escala:
- Absoluta ou de magnitude total (p_{abs}) ou
- Relativa (p_{rel}), cujo valor é medido em relação à atmosfera ambiente local (p_{atm})

Por exemplo, se a p_{atm} for 1.013×10^5 Pa:



Pressão relativa positiva
P_{abs} = 120 000 Pa e $p_{rel} = p_{abs} - p_{atm} = 1.87 \times 10^4$ Pa

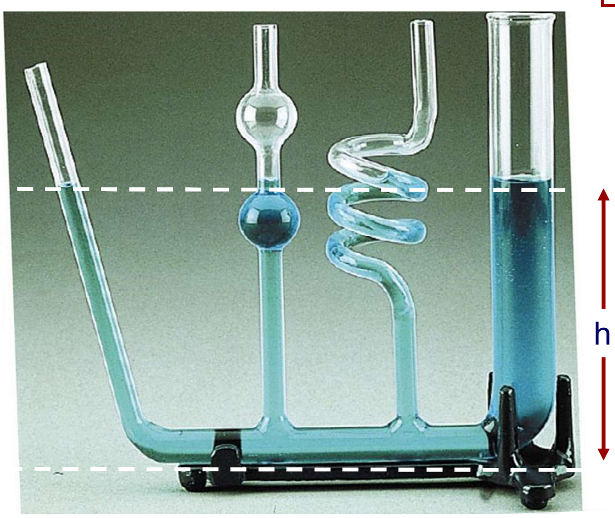
Pressão atmosférica local
$P_{abs} = 1.013 \times 10^5$ Pa e $p_{rel} = 0$

Pressão relativa negativa
P_{abs} = 50 000 Pa e $p_{rel} = p_{abs} - p_{atm} = - 5.13 \times 10^4$ Pa

Referência do zero absoluto
$p_{abs} = 0$ e $p_{rel} = p_{abs} - p_{atm} = 0 - 1.013 \times 10^5$ Pa

A pressão exercida por um fluido em equilíbrio não depende da forma do reservatório, da massa total de líquido nem da superfície do líquido

$$\boxed{p = \rho\, g\, h}$$

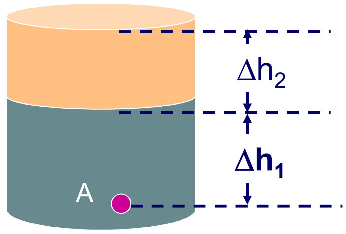


Se o reservatório contêm vários líquidos imiscíveis

Líquido 2

$\rho_1 > \rho_2$

Líquido 1



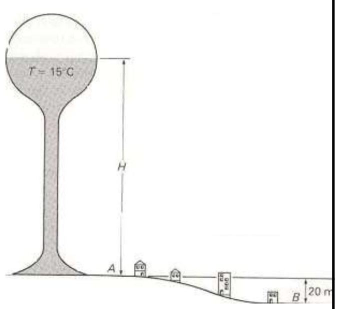
A superfície de separação é horizontal

A pressão no ponto A:

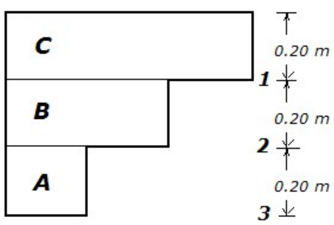
$$p_A = \rho_1 \, g \, \Delta h_1 + \rho_2 \, g \, \Delta h_2$$ Pressão hidrostática (relativa)

$$p_{A_{abs}} = \rho_1 \, g \, \Delta h_1 + \rho_2 \, g \, \Delta h_2 + p_{atm}$$ Pressão absoluta

8. O reservatório representado na Fig é utilizado para manter a pressão desejada nas condutas da cidade. Determine:
a) a altura a que deve estar a superfície da água no reservatório relativamente ao ponto mais alto da cidade, A, para que a pressão relativa nas condutas neste ponto seja de 400 kPa; *(H = 40.8 m)*
b) a pressão rel. em B. *(Pr = 595.8 kPa)*

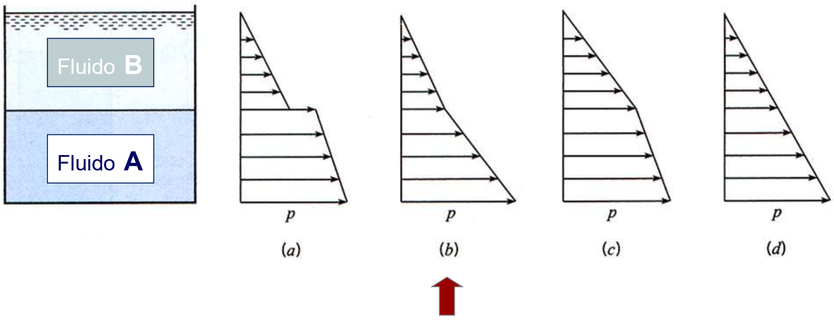


10. O recipiente representado na Fig. 2 é de forma irregular e foi preenchido com três fluidos diferentes, A, B, e C, com ρ_A = 13600 kg m^{-3}, ρ_B = 1000 kg m^{-3} e ρ_C = 900 kg m^{-3}. Determine a pressão hidrostática nos níveis 1, 2 e 3.
(P_1= 1764 Pa; P_2= 3724 Pa; P_3 = 30380 Pa)



Qual a representação correcta da distribuição da pressão ao longo da profundidade do reservatório ?

A e B são fluidos imiscíveis e $\gamma_A > \gamma_B$



Altura piezométrica e Cota piezométrica

Partindo do principio fundamental da Hidrostática (fazendo y = z):

$$p_2 - p_1 = -\rho\, g\,(z_2 - z_1) \Leftrightarrow p_2 - p_1 = -\gamma\,(z_2 - z_1)$$

$$\frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} = -z_2 + z_1 \Leftrightarrow \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{p_1}{\gamma} + z_1$$

Altura piezométrica

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{p}{\gamma} + z\right) = 0$$

Cota piezométrica

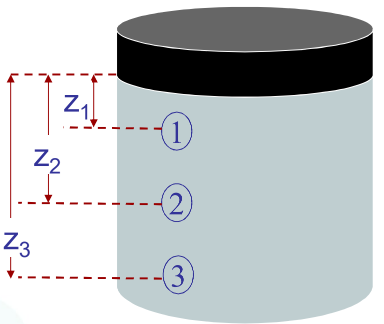
Cota geométrica

(altura da coluna de líquido equivalente)

Lei hidrostática de pressões

Num líquido em repouso a cota piezométrica tem sempre o mesmo valor (independente da profundidade)

12. Numa determinada secção de um tubo, água circula com uma velocidade de 5 m s^{-1}. Instalou-se nessa secção um piezómetro, onde a superfície livre atingiu 80 cm. Determine, em relação a um referencial colocado 1.5 m abaixo da referida secção, a cota geométrica, a altura piezométrica, a cota piezométrica. (1.5, 0.8, 2.3 m)



$$p_1 < p_2 < p_3 \quad \textit{(pascal)}$$

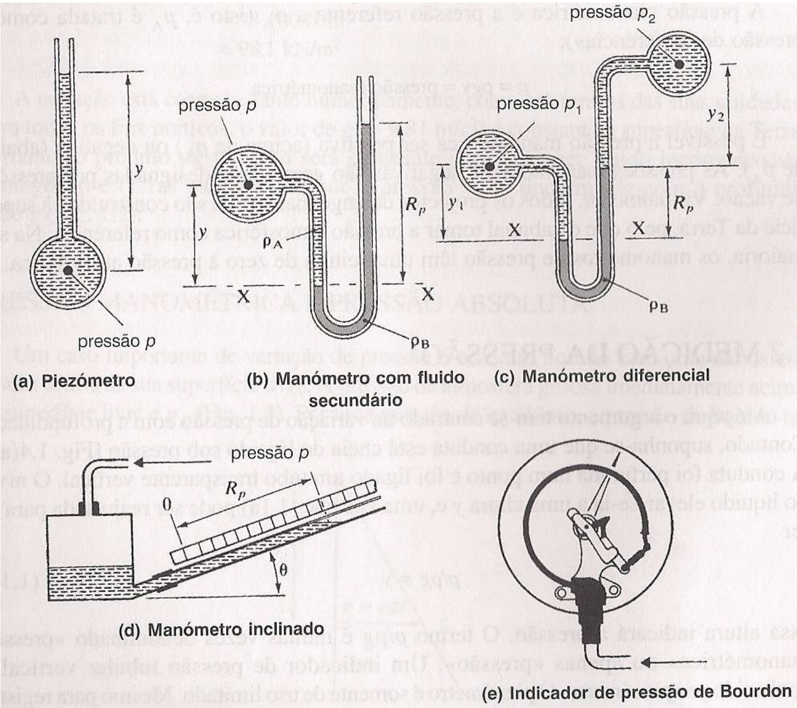
$$\frac{p_1}{\gamma} < \frac{p_2}{\gamma} < \frac{p_3}{\gamma} \quad \textit{(mca)}$$

$$\boxed{\frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{N}{m^3}} = \frac{N\cancel{m^3}}{N\cancel{m^2}} = m}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = \frac{p_3}{\gamma} + z_3 \quad \textit{(mca)}$$

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Medidores de Pressão: MANÓMETROS



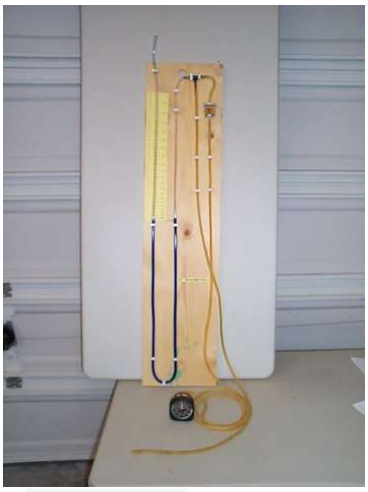
UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

❑ Medidores de pressão - manómetros

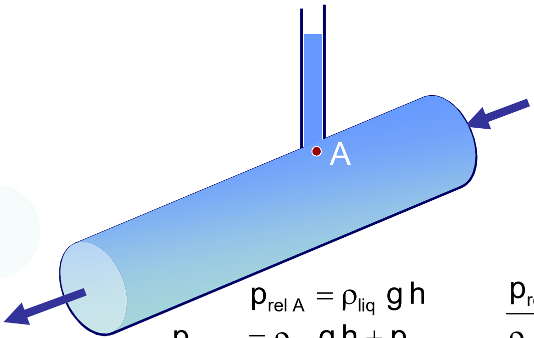
Estática de fluidos

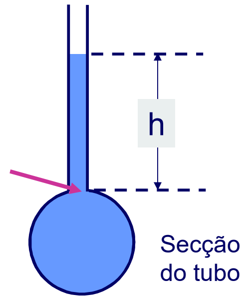
- Um manómetro é um instrumento para medir pressões relativas (manométricas) em fluidos;

consiste num tubo contendo um ou mais fluidos. Numa das extremidades do manómetro é aplicada uma pressão conhecida (geralmente a atmosférica). A pressão que se pretende determinar é aplicada na outra extremidade



1. Piezómetro: é o manómetro mais simples





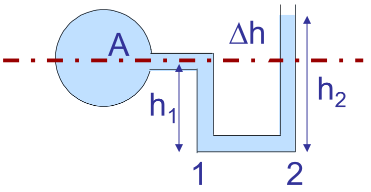
$$p_{rel\,A} = \rho_{liq}\, g\, h$$

$$p_{abs\,A} = \rho_{liq}\, g\, h + p_{atm}$$

$$\frac{p_{rel\,A}}{\rho_{liq}\, g} = h\,(m)$$

Não é adequado para medir pressões muito elevadas , Não é adequado para medir pressões em gases; Não é adequado para medir pressões relativas negativas

2. Manómetro simples em U   Sem líquido manométrico



$$p_1 = \rho\, g\, h_1 + p_A \qquad p_2 = \rho\, g\, h_2$$

Pelo PFH

$$p_1 = p_2$$

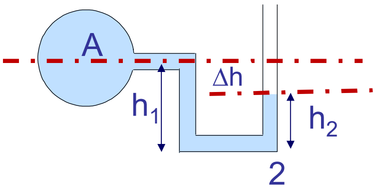
$$\rho\, g\, h_1 + p_A = \rho\, g\, h_2$$

$$p_A = \rho\, g\,(h_2 - h_1)$$

$$\boxed{p_{rel\,A} = \rho\, g\, \Delta h}$$

- ❖ Não é adequado para a medição da pressão em gases
- ❖ É adequado para a medição de pressões relativas negativas

Medição de uma pressão relativa negativa



$$p_1 = \rho\, g\, h_1 + p_A$$

$$p_2 = \rho\, g\, h_2$$

Pelo PFH

$$p_1 = p_2$$

$$\rho\, g\, h_1 + p_A = \rho\, g\, h_2$$

$$p_A = \rho\, g\, (h_2 - h_1)$$

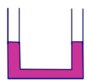
$$\boxed{p_{rel\,A} = \rho\, g\, (-\Delta h)}$$

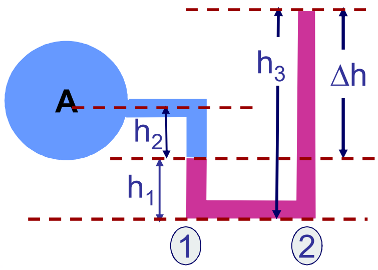
UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Estática de fluidos

3. Manometro simples em U

Com líquido manométrico





$$p_1 = \rho_1\, g\, h_1 + \rho_2\, g\, h_2 + p_A$$

$$p_2 = \rho_1\, g\, h_3$$

$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1\, g\, h_1 + \rho_2\, g\, h_2 + p_A = \rho_1\, g\, h_3$$

$$p_A = \rho_1\, g\, h_3 - \rho_1\, g\, h_1 - \rho_2\, g\, h_2$$

$$p_{rel\,A} = \rho_1\, g\, (h_3 - h_1) - \rho_2\, g\, h_2$$

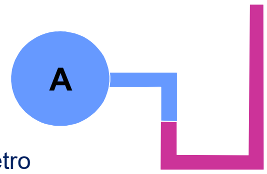
$$\boxed{p_{rel\,A} = \rho_1\, g\, \Delta h - \rho_2\, g\, h_2}$$

Se o fluido A for um gás, ρ_2 <<<<< ρ_1 => ρ_2 é desprezável

$$\boxed{p_{rel\,A} = \rho_1\, g\, \Delta h}$$

Manómetro simples em U

❖ É adequado para a medição da pressão em gases;



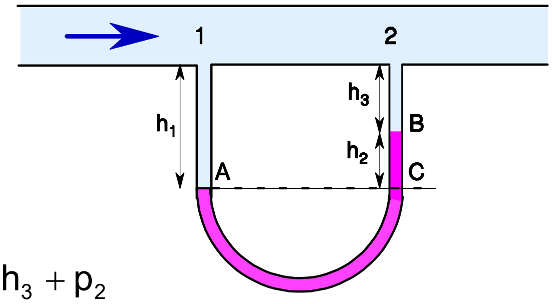
❖ Se a pressão for muito elevada o ramo do manómetro tem que ser muito grande para poder equilibrar a pressão;

Reduz-se a coluna de líquido utilizando um fluido manométrico com ρ **maior** que a do fluido cuja pressão se quer medir;

❖ Do mesmo modo, se a pressão for muito baixa;

Aumenta-se a coluna de líquido utilizando um fluido manométrico com ρ **menor** que a do fluido cuja pressão se quer medir;

4. Manómetro diferencial



$$p_A = p_C \qquad \text{PFH}$$

$$p_A = \rho_1\, g\, h_1 + p_1$$

$$p_C = \rho_2\, g\, h_2 + \rho_1\, g\, h_3 + p_2$$

$$\rho_1\, g\, h_1 + p_1 = \rho_2\, g\, h_2 + \rho_1\, g\, h_3 + p_2$$

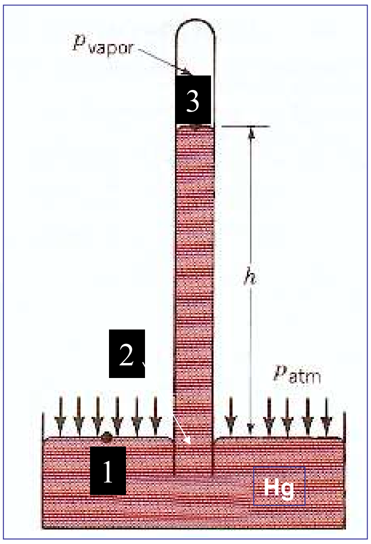
$$p_1 - p_2 = \rho_2\, g\, h_2 - \rho_1\, g\,(h_1 - h_3)$$

$$\Delta h = h_1 - h_3 = h_2$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_2 - \rho_1)\, g\, h_2$$

$$\boxed{p_1 - p_2 = (\rho_2 - \rho_1)\, g\, \Delta h}$$

5. Barómetro de mercúrio – medição da pressão atmosférica



p_1 = pressão atmosférica

$p_1 = p_2 \quad$ PFH

$p_2 = \rho_{HG}\, g\, h + p_3 \qquad p_3 \approx 0$

$\boxed{p_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, h}$ **em Pa**

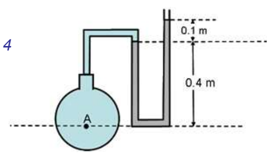
$\boxed{\dfrac{p_{atm}}{\rho_{Hg}\, g} = h}$ **em altura de mercúrio geralmente usa-se o mm**

UC Mecânica de Fluidos / 2º ciclo de Eng Ambiente
M ª Rosário Cameira /Departamento de Engª Biossistemas

Estática de fluidos

13. O recipiente ligado ao manómetro da Fig. 4 contém água e mercúrio.
a) qual o valor da pressão relativa no ponto A? *(p_{rel} A = 17.25 kPa)*
b) se, em vez do mercúrio o tubo contivesse apenas água, qual a altura que ela atingiria no tubo manométrico, medida a partir de A? *(h = 1.76 m)*

Fig. 4



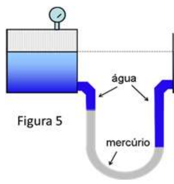
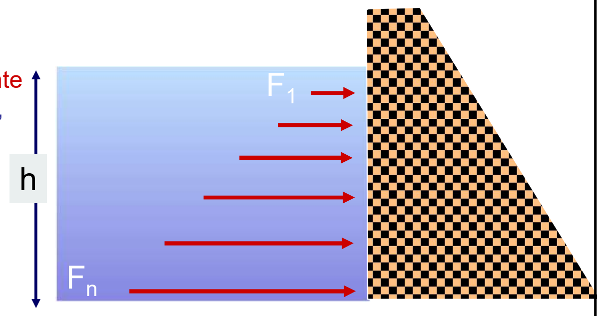


Fig. 5

14. O manómetro de mercúrio representado na Fig. 5 está ligado à esquerda a um recipiente fechado e à direita a um recipiente aberto, ambos contendo água. A pressão do ar no recipiente fechado, medida por um manómetro mecânico, vale -67.7 kPa. Determine a diferença de nível que se estabelece no manómetro, nas interfaces do mercúrio com a água (ρ_{Hg} = 13 600 kg m^{-3}). (ΔH = 548 mm)

Forças exercidas sobre superfícies *planas verticais*

Várias forças, F_1 a F_n, actuam perpendicularmente à superfície plana vertical, aumentando a sua intensidade com a profundidade abaixo da superfície da água.



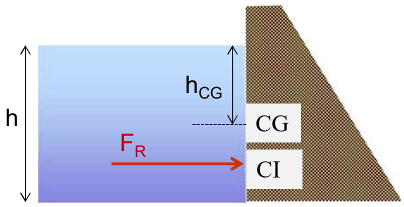
Cada força é calculada a partir da pressão hidrostática. Por exemplo:

$$F_n = p_n \times A_n$$

- *Resultante da forças (F_R)* que o liquido exerce sobre a superfície, também chamada de Impulsão (I)

$$\boxed{F_R = I = \rho\, g\, h_{CG}\, A}$$ *Intensidade da força resultante*

$$h_{CG} = \frac{h}{2}$$



Sendo h_{CG} a profundidade do centro de gravidade da área de contacto liquido-superfície de interesse e A a área de contacto do líquido-superfície de interesse.

- *Ponto de aplicação da F_R*, também chamado de centro de pressões ou centro de impulsão, CI:

$$h_{CI} = h_{CG} + \frac{I_0}{A\, h_{CG}}$$

Sendo
h_{CI}: profundidade do centro de impulsão;
h_{CG}: profundidade do centro de gravidade;
I_G : momento de inércia da área em relação a um eixo que passa pelo centro de gravidade (fórmula tabelada)

- A distância *d* entre o centro de gravidade CG e o centro de impulsão CI é dada por:

$$d = \frac{I_0}{A\, h_{CG}}$$

A diferença entre o centro de pressão e o centro de gravidade aumenta ou diminui com a profundidade?

- Em termos gerais, pode-se definir momento de inércia, como a *resistência que um determinado elemento oferece ao movimento de rotação*;
- O momento de inercia mede como a massa está distribuída em torno de um eixo de rotação: *quanto mais massa houver próximo ao eixo de rotação, menor será o momento de inercia*;

Alguns momentos de inércia

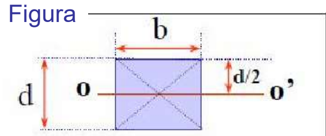
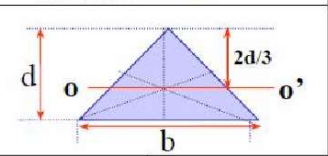
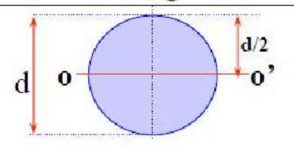
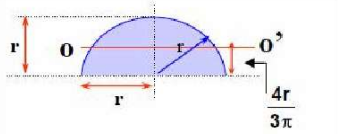
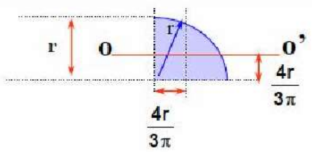
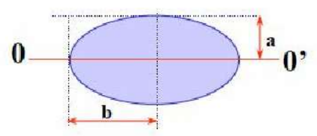
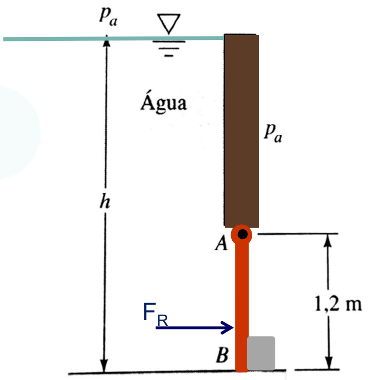
Figura	Área e Momento de Inércia
	**Retângulo** $I_0 = \frac{b \cdot d^3}{12}$ $A = b \cdot d$
	**Triângulo** $I_0 = \frac{b \cdot d^3}{36}$ $A = \frac{b \cdot d}{2}$
	**Círculo** $I_0 = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$

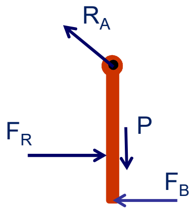
Figura	Área e Momento de Inércia
	**Semi Círculo** $I_0 = \frac{\pi \cdot r^4}{8}$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{8}$
	**1/4 Círculo** $I_0 = \frac{\pi \cdot r^4}{16}$ $A = \frac{\pi \cdot d^2}{16}$
	**Elipse** $I_0 = \frac{\pi \cdot a^3 \cdot b}{4}$ $A = \pi \cdot a \cdot b$

Sob acção da F_R, a superfície tem tendência a *deslizar* e a *rodar*.

Para que o equilíbrio se mantenha devem verificar-se as duas condições da *1ª Lei de Newton*: $\sum \vec{F} = 0$ e $\sum \vec{M}_{(o)} = 0$

Exemplo: A comporta AB, com 1.5 m de largura, está articulada em A e tem o movimento limitado pelo bloco B. Calcule a força exercida sobre o bloco B se a profundidade da água h = 2.85 m.





L é a altura da comporta;
Cg é o centro de gravidade;
CI é o centro de pressão

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_R + \vec{F}_B + \vec{R}_A + \vec{P} = 0$$

$$\sum \vec{M}_{(o)} = 0 \Leftrightarrow \vec{M}_{FR} + \vec{M}_{FB} + \vec{M}_{RA} + \vec{M}_P = 0$$

Relembrar que $\vec{M} = \vec{F} \times b$

$$b_{FR} = X_{CI} \quad \text{e} \quad b_{FB} = L$$

17. Um reservatório é feito em forma de um cubo de 10 m de aresta. Sabe-se que o material de que são feitas as paredes não resiste a uma força superior a 2×10^6 N. Colocou-se água até a altura *h,* verificando-se *a sua* rotura.

a) Qual o valor de *h*? quais as profundidades do centro de gravidade e de impulsão?

b) Tratando-se de uma água residual com ρ = 1300 kg m-3, qual o valor de h?

c) Se pretendermos armazenar 500 m3 da referida água residual qual deverá ser a resistência mínima das paredes do reservatório?

(FR = 3.2×10^6 N)

18. Um tanque possui uma tampa quadrada numa das suas paredes verticais, como representado na Fig 8. A tampa pode rodar em torno de um dos seus lados superiores, a sua diagonal mede 1.5 m e o vértice superior encontra-se à profundidade h = 0.5 m. O líquido contido no tanque tem massa volúmica de 880 kg m^{-3}. Calcule:

a) A força resultante que o líquido exerce sobre a tampa e a profundidade do seu ponto de aplicação; (F_R = 12 128 N)

b) O momento de rotação que tende a abrir a tampa.

(M = 7081.9 N m)